

Notatka środ 15 maja a 2024

G.Mirkowska, A. Salwicki

Co tu się dzieje?

Dla każdej liczby naturalnej n zachodzi równość

$$n = n \quad (1)$$

A więc także

$$n \cdot 3^0 + 0 = n \cdot 2^0 \quad (2)$$

Przyjmijmy $x = y = z = 0$. Z tymi wartościami zachodzi równość

$$n \cdot 3^x + y = n \cdot 2^z \quad (3)$$

Kładziemy $m_x = n$

$$n \cdot 3^x + y = m_x \cdot 2^z \quad (4)$$

Kładziemy $m_x = n$

czyli

$$L_0 = P_0 \quad \text{gdzie} \quad L_0 = n \cdot 3^x + y, \quad P_0 = m_x \cdot 2^z$$

mnożymy przez 3

$$L_{1=3 \cdot L_0 + 2^0} \quad P_1 = 3 \cdot P_0 + 2^0 \quad (5)$$

Oczywiście zachodzi równość

$$L_1 = P_1 \quad (6)$$

zachodzi też

$$L_1 = \frac{3 \cdot m_0 + 1}{2^{k_1}} \cdot 2^{k_1} \quad \text{gdzie} \quad k_1 = \text{expo}(3m_0 + 1, 2) \quad (7)$$

podobne rozumowanie w kolejnych krokach daje nam

$$L_{i+1} = 3 \cdot L_i + 2^{z_i} \quad P_{i+1} = 3 \cdot P_i + 2^{z_i} \quad (8)$$

i konsekwentnie

$$L_{i+1} = m_{i+1} \cdot 2^{z_i + k_{i+1}} \quad \text{gdzie} \quad k_{i+1} = \text{expo}(3m_i + 1, 2) \quad \text{oraz} \quad m_{i+1} = \frac{3m_i + 1}{2^{k_{i+1}}} \quad (9)$$

$$(10)$$

Przy tych oznaczeniach możemy też napisać

$$n \cdot 3^x + \sum_{j=0}^{x-1} 3^{x-1-j} \cdot 2^{Z_j} = m_x \cdot 2^{Z_x} \quad (11)$$

gdzie $Z_j =$

Ostatnią równość (11) można też zapisać tak

$$n \cdot 3^x + \sum_{j=0}^{x-1} 3^{x-1-j} \cdot 2^{Z_j} = m_x \cdot 4^{\frac{Z_x}{2}} \quad (12)$$

Zauważmy, że tak określony ciąg równości ma następujące własności:

- jeśli istnieje trójka liczb naturalnych x, y, z taka, że spełniona jest równość (11), to istnieje też minimalna trójka i że wystąpi ona w tym ciągu najwcześniej.
-